

Johann Wolfgang Goethe-Universität, Frankfurt am Main
Fachbereich Wirtschaftswissenschaften
Working Paper Series: Finance & Accounting

Joachim Grammig, Reinhard Hujer,
Stefan Kokot, Kai-Oliver Maurer*

Ökonometrische Modellierung von Transaktions-
intensitäten auf Finanzmärkten

No. 18

August 1998

Eine Anwendung von Autoregressive Conditional Duration Modellen
auf die IPO der Deutschen Telekom

Korrespondenz:
Dr. Joachim Grammig
Institute for Statistics and Econometrics
Johann Wolfgang Goethe-University Frankfurt
Mertonstr. 17
60054 Frankfurt
Germany
grammig@wiwi.uni-frankfurt.de

ISSN 1434-3401

* Wir danken R. Elsas, K.H. Fischer, T. Freihube, G. Hansen, J. P. Krahnen, H. Lütkepohl, P. Panther, E. Theissen, M. Wellner und J. Wolters und den Teilnehmern von Seminaren der Universitäten Frankfurt, Kiel und Mannheim für Kommentare zu früheren Versionen. Besonders danken wir M. J. Bertsch, SBC Warburg für seine praktische Einführung in das IBIS Handelssystem. Wir danken außerdem A. Hallett, D. Nguyen, D. Radic and P. Soler-Schubert für ihre Unterstützung unserer Forschungsarbeiten. Für finanzielle Unterstützung danken wir Roland Berger & Partner, International Management Consultants, insbesondere Dr. Philipp Goedeking. Für die Bereitstellung der IBIS Daten sind wir der Karlsruher Kapitalmarktdatenbank zu Dank verpflichtet.

Ökonometrische Modellierung von Transaktionsintensitäten auf Finanzmärkten

Eine Anwendung von Autoregressive Conditional Duration Modellen
auf die IPO der Deutschen Telekom

August 1998

Zusammenfassung:

Wir verwenden eine neue, auf der Burr-Verteilung basierende Spezifikation aus der Familie der Autoregressive Conditional Duration (ACD) Modelle zur ökonometrischen Analyse der Transaktionsintensitäten während der Börseneinführung (IPO) der Deutsche Telekom Aktie. In diesem Fallbeispiel wird die Leistungsfähigkeit des neu entwickelten Burr-ACD-Modells mit den Standardmodellen von Engle und Russell verglichen, die im Burr-ACD Modell als Spezialfälle enthalten sind. Wir diskutieren außerdem alternative Möglichkeiten, Intra-Tagessaisonalitäten der Handelsintensität in ACD Modellen zu berücksichtigen.

JEL-classification: C14;C22;G14;G15

Keywords: Transaction durations, ACD; High Frequency Data in Finance, Intra Day Seasonality of the Trading Process

.

ÖKONOMETRISCHE MODELLIERUNG VON TRANSAKTIONSINTENSITÄTEN AUF FINANZMÄRKTEN

EINE ANWENDUNG VON AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL DURATION MODELLEN AUF DIE IPO DER DEUTSCHEN TELEKOM

1. EINFÜHRUNG

Die Klasse der Autoregressive Conditional Duration (ACD)-Modelle wurde von Engle und Russell (1994, 1995a) entwickelt, um Transaktionsintensitäten insbesondere auf Finanzmärkten zu modellieren. Die Modellklasse basiert auf einem ökonometrischen Ansatz, der die Methodik der ARCH (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)-Modelle mit ökonometrischen Modellen zur Verweildaueranalyse kombiniert. Das wichtigste Anwendungsgebiet von ACD Modellen ist die Modellierung von Transaktionsintensitäten auf Aktien-Märkten (Engle 1996, Engle and Russell 1994, 1995a, Ghysels and Jasiak 1998a, Ghysels and Jasiak 1998b) und FX- Märkten (Engle and Russell 1995b, 1997). Dabei sind ACD-Modelle nicht nur geeignet, um Dauern zwischen Transaktionen zu modellieren, sondern auch, in der Kombination mit GARCH-Ansätzen, um die Interaktion von Volatilität und Transaktionsintensität zu analysieren (Engle 1996, Engle and Russell 1997, Ghysels and Jasiak 1998a). Ghysels and Jasiak (1998a) zeigen, wie Ergebnisse zur zeitlichen Aggregation von GARCH Prozessen (Drost and Nijman 1993 und Drost and Werker's 1996) dazu genutzt werden können, ACD und ARCH Modelle in einem konsistenten ökonometrischen Rahmen zu verbinden.

Die Anwendung des ACD-Ansatzes zur Modellierung von Prozessen auf Finanzmärkten wird insbesondere mit der hohen Autokorrelation der Länge der Intervalle zwischen zwei aufeinanderfolgenden Transaktionen - im folgenden als Inter-Handelsdauern bezeichnet - begründet. Diese intertemporale Abhängigkeit entsteht zunächst durch die institutionellen Gegebenheiten des Intradages-Handelsprozesses, wie zum Beispiel Öffnen und Schließen von internationalen Börsenplätzen in unterschiedlichen Zeitzonen, Mittagspausen etc.. Die Schätzung von ACD-Modellen, wie sie in der Arbeit von Engle und Russell (1994) vorgeschlagen wurde, ist daher als zweistufiger Prozess konzipiert. Im ersten Schritt der Schätzung wird die beobachtbare Zeitreihe der Inter-Handelsdauern um Intradages-Effekte bereinigt. Die saisonbereinigte Zeitreihe wird dann mit dem ACD-Ansatz modelliert. Engle und Russell (1994) schlagen zwei alternative ACD Spezifikationen vor, die auf der Exponential-, bzw. Weibull-Verteilung basieren (EACD- und WACD-Modell).

Der zweistufige Ansatz basiert auf der Annahme, daß die Saisonalitäts-Korrektur zu einer signifikant geringeren Autokorrelation der um Saison-Effekte bereinigten Zeitreihe

der Inter-Handelsdauern führt. Die von Engle und Russell (1994) vorgeschlagene Prozedur besteht aus einer Schätzung einer linearen Spline-Funktion, wobei ganze Stunden als Knotenpunkte der Spline-Funktion angenommen werden. Mit diesem zweistufigen Ansatz sind jedoch einige Probleme verbunden. In ihrer Anwendung der ACD Modelle teilen Engle and Russell (1995a) ihre Stichprobe (Transaktionsdaten der IBM Aktie) in zwei Zeiträume und erzielen nur für eine der beiden Unterstichproben für die ACD Modelle zufriedenstellende Schätzergebnisse. Ein besonders bemerkenswertes Resultat ist es, daß für eine Unterstichprobe die Saisonkorrektur zu einer höheren Autokorrelation der um Saison-Effekte korrigierten Zeitreihe der Inter-Handelsdauern führte. Diese Resultate machen deutlich, daß die erste Stufe der Spezifikation eines ACD-Modells, die Korrektur um Intratages-Saisoneffekte, von entscheidender Bedeutung für die Leistungsfähigkeit des ACD-Ansatzes ist.

In diesem Beitrag nutzen wir die Ergebnisse von Grammig und Kokot (1998), die alternative Möglichkeiten der Modellierung von Intratages-Saisonalitäten in ACD-Modellen, z. B. durch die Schätzung von Spline-Polynomen höherer Ordnung, durch die Variation der Spline-Knotenpunkte und durch die Zulassung von Strukturbrüchen (oder Regime-Änderungen) zwischen Handelstagen untersucht haben. Als ACD-Spezifikation wird neben EACD- und WACD-Modellen das von Grammig und Maurer (1998) entwickelte Burr-ACD-Modell verwendet. Dieses Modell enthält die von Engle und Russell (1994) vorgeschlagenen EACD- und WACD-Modelle als Spezialfälle. In der empirischen Analyse verwenden wir IBIS-Transaktionsdaten aus der Karlsruher Kapitalmarktdatenbank, um die ersten sechs Wochen der Deutschen Telekom IPO zu untersuchen. Wir erweitern diesen Datensatz um datums-spezifische Indikatoren, wie etwa bundesland-spezifische Feiertage, Verfalltage an der DTB (Deutsche Terminbörse) und internationale Feiertagsdaten.

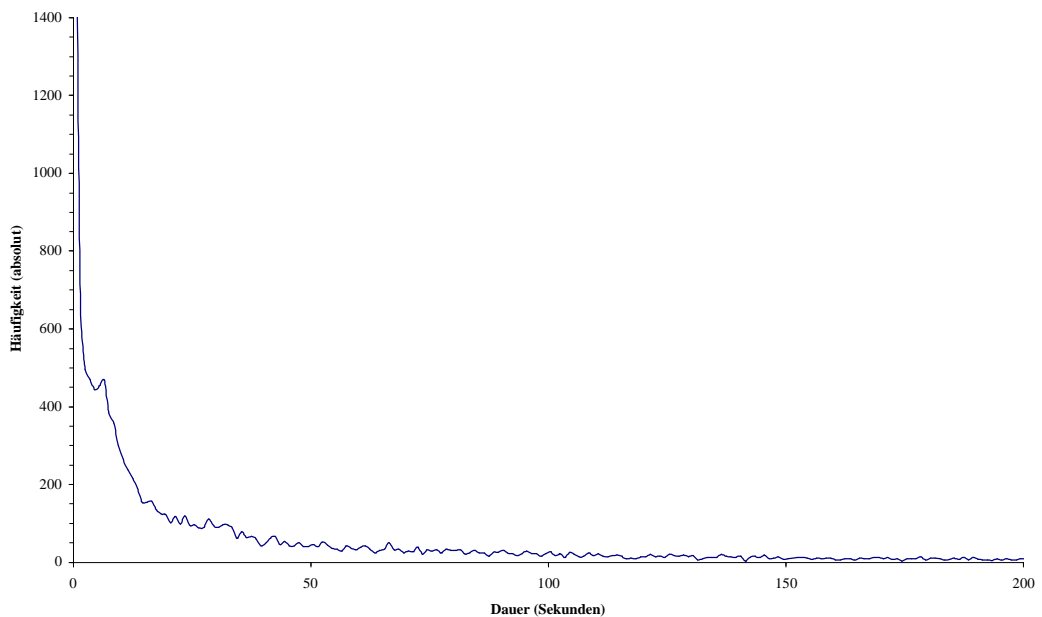
Der Beitrag ist wie folgt aufgebaut: In Abschnitt zwei begründen wir den Einsatz von ACD-Modellen im Hinblick auf die empirische Verteilung der Inter-Handelsdauern und die Autokorrelation derselben. Nach der Diskussion von alternativen Ansätzen zur Berücksichtigung von Intratages-Saisonalitäten werden die ACD-Spezifikationen von Engle und Russell (1994) skizziert. In Abschnitt vier stellen wir ein alternatives ACD-Modell vor, das auf der Burr-Verteilung aufbaut und das EACD- und WACD-Modell als Spezialfälle enthält. Abschnitt fünf enthält die empirische Anwendung. Wir verwenden dort die EACD-, WACD- sowie die Burr-ACD-Spezifikation, um die Transaktionsintensitäten in den ersten Wochen der Deutsche Telekom IPO zu modellieren. Wir testen dabei insbesondere die Leistungsfähigkeit des Burr-ACD Modells und alternative Möglichkeiten, Intratages-Saisonalitäten im Schätzansatz zu berücksichtigen. Abschnitt 6 beinhaltet die Zusammenfassung und einen Ausblick.

2. INTER-HANDELSDAUERN AUF AKTIENMÄRKTEN: EMPIRISCHE EVIDENZ UND ACD-MODELLE

2.1 Häufigkeitsverteilung von Inter-Handelsdauern

Abhängig vom Handelssystem sind zum Zeitpunkt t_i , an dem eine Transaktion während des Handelstages stattfindet, Informationen über den Transaktionspreis y_i , das Volumen der Transaktion, V_i , den Geld und Briefkurs, B_i bzw. A_i , möglicherweise auch das komplette Orderbuch, O_i , sowie weitere Informationen (Nachrichten, Ankündigungen, etc), zusammengefasst im Vektor Ξ_i , verfügbar. Hieraus können die Preisveränderung, $r_i \equiv y_i - y_{i-1}$, und die Transaktionsintervall-Dauer, $x_i \equiv t_i - t_{i-1}$, berechnet werden. Die Zeitreihe der Inter-Handelsdauern auf Finanzmärkten ist typischerweise dadurch charakterisiert, daß deren Histogramm einen sehr steil abfallenden, fast eckigen Verlauf aufweist. In Abbildung 1 wird das Histogramm der Inter-Handelsdauern für die ersten fünf Wochen der Deutsche Telekom IPO dargestellt.

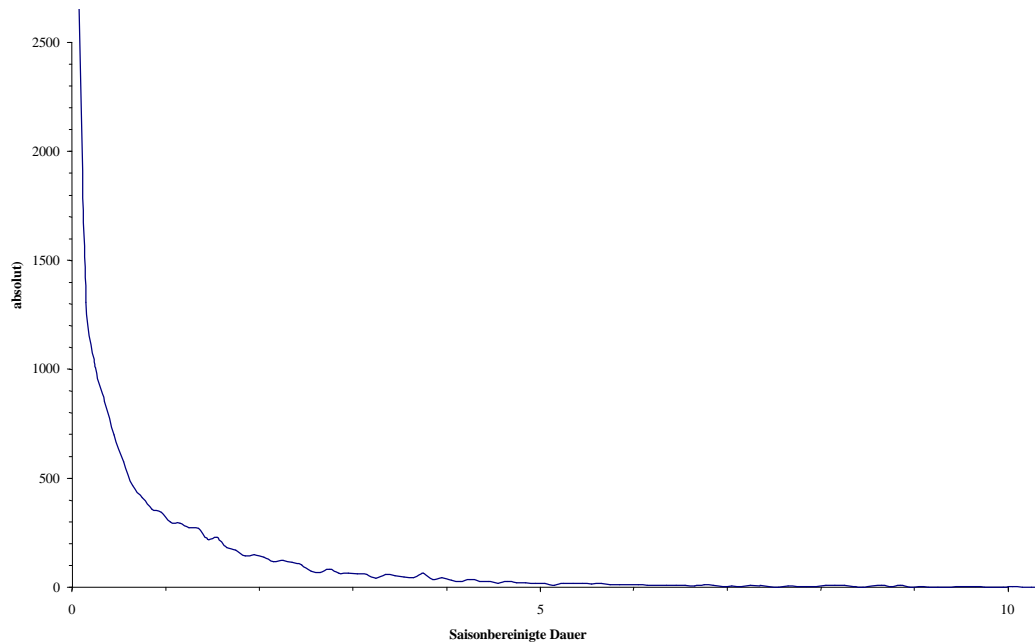
Abbildung 1: Histogramm der Inter-Handelsdauern
der Deutsche Telekom IPO ^a.



^a 13551 Inter-Handelsdauern auf dem IBIS-System vom 18. Nov. 1996 – 20. Dez. 1996.

Korrigiert man die Zeitreihe der Inter-Handelsdauern um Intra-Tages-Saisonalitäten (siehe dazu Abschnitt 3), so ergibt sich der in Abbildung 2 dargestellte Verlauf.

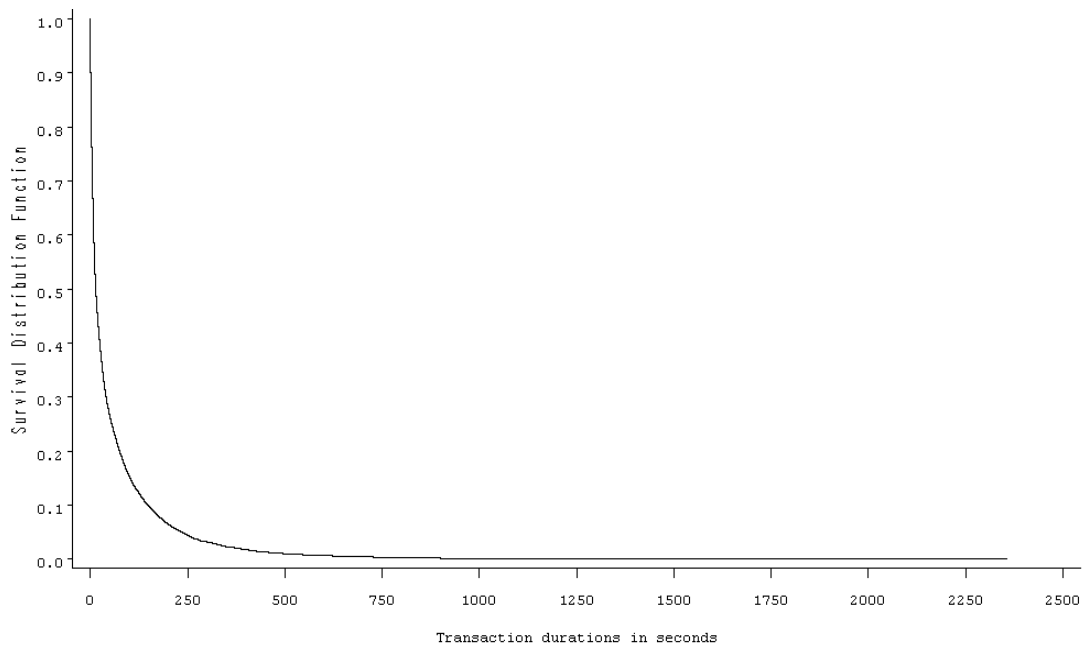
Abbildung 2: Histogramm der saisonbereinigten Inter-Handelsdauern der DeutscheTelekom IPO ^a.



^a 13551 Inter-Handelsdauern auf dem IBIS-System vom 18. Nov. 1996 – 20. Dez. 1996.

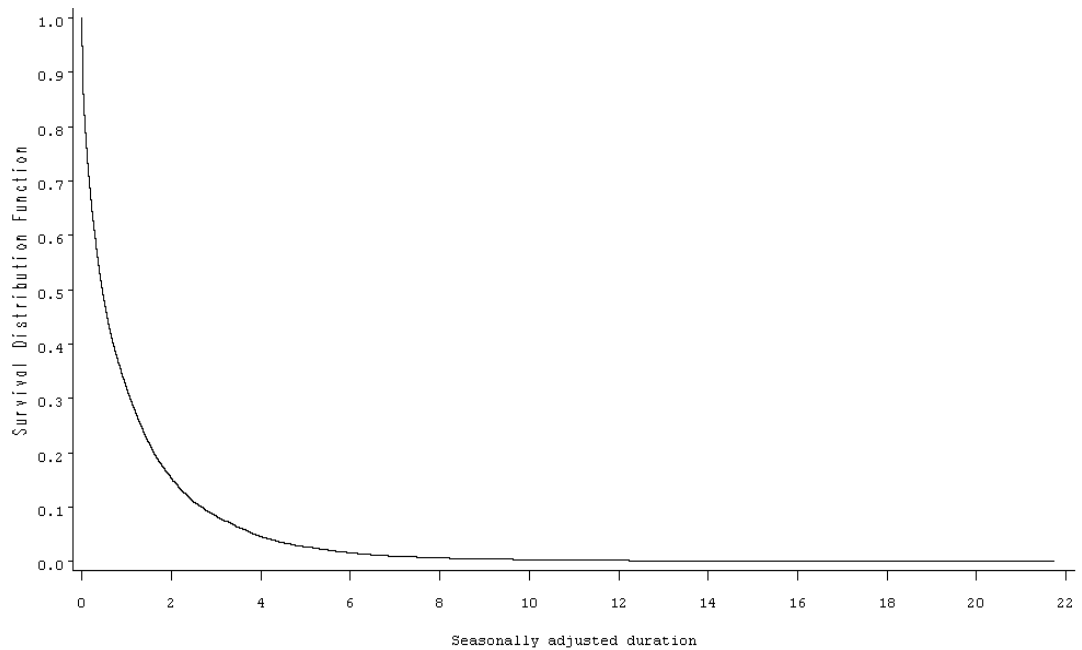
Die typische Form der Verteilung der Inter-Handelsdauern kann auch durch eine mit einer nichtparametrischen Kaplan-Meier-Schätzung ermittelten Überlebensfunktion gezeigt werden. Die Überlebensfunktion, evaluiert an einer Stelle t , gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, daß die Inter-Handelsdauer größer ist als t . Zwei Überlebensfunktionen, die aus den Inter-Handelsdauern der ersten fünf Wochen der IPO der Deutschen Telekom geschätzt wurden, sind in den Abbildungen 3 (nicht saisonbereinigt) und 4 (saisonbereinigt) dargestellt.

Abbildung 3: Kaplan-Meier-Schätzer der Überlebensfunktion auf Basis von Inter-Handelsdauern der Telekom IPO ^a.



^a 13551 Inter-Handelsdauern auf dem IBIS-System vom 18. Nov. 1996 – 20. Dez. 1996.

Abbildung 4: Kaplan-Meier-Schätzer der Überlebensfunktion auf Basis saisonbereinigter Inter-Handelsdauern der Telekom IPO ^a



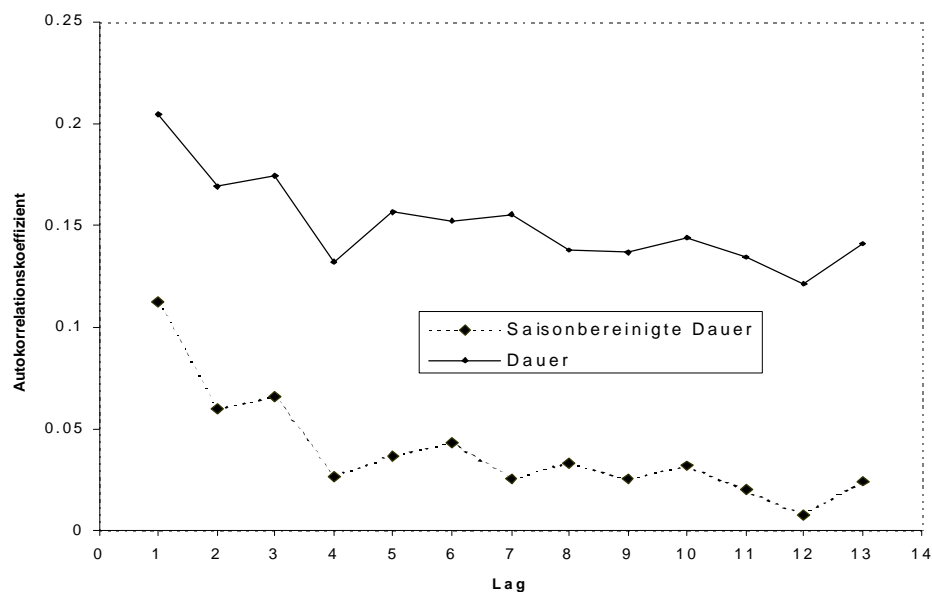
^a 13551 Inter-Handelsdauern auf dem IBIS-System vom 18. Nov. 1996 – 20. Dez. 1996.

2.2 Autokorrelation der Inter-Handelsdauern

Eine weitere charakteristische Eigenschaft von Inter-Handelsdauern ist deren signifikante Autokorrelation. Perioden mit einer Häufung von Transaktionen und kurzen Zeitintervallen zwischen den Transaktionen wechseln mit Perioden, in denen Transaktionen seltener und demzufolge die Inter-Handelsdauer länger ist.

Für Intratages-Finanzdaten ist ein Teil dieser Autokorrelation mit institutionellen Besonderheiten, wie z. B. der Eröffnung und Schließung von internationalen Börsenplätzen in anderen Zeitzonen oder etwa Mittags-Pausen, erklärbar. Selbst wenn man jedoch die Zeitreihe der Inter-Handelsdauern um diese Effekte bereinigt, ist Autokorrelation weiterhin deutlich feststellbar. Als empirisches Beispiel enthält Abbildung 5 die Autokorrelationen zu verschiedenen Lags der Inter-Handelsdauern der ersten fünf Wochen der Deutsche Telekom IPO (mit und ohne Intratages-Korrektur).

Abbildung 5: Autokorrelation der Inter-Handelsdauern der Deutsche Telekom IPO^a



Quelle: Grammig und Kokot (1998)

^a 13551 Inter-Handelsdauern auf dem IBIS-System vom 18. Nov. 1996 – 20. Dez. 1996.

Engle und Russell (1994, 1995a) haben die Analogie dieses Phänomens zu den „Volatilitäts-Clustern“ erkannt und eine dem (G)ARCH-Ansatz verwandte Methode entwickelt, um die genannten empirischen Phänomene mit ökonometrischen Methoden zu modellieren.

3. MODELLIERUNG VON INTRATAGES-SAISONALITÄTEN UND ALTERNATIVE ACD SPEZIFIKATIONEN

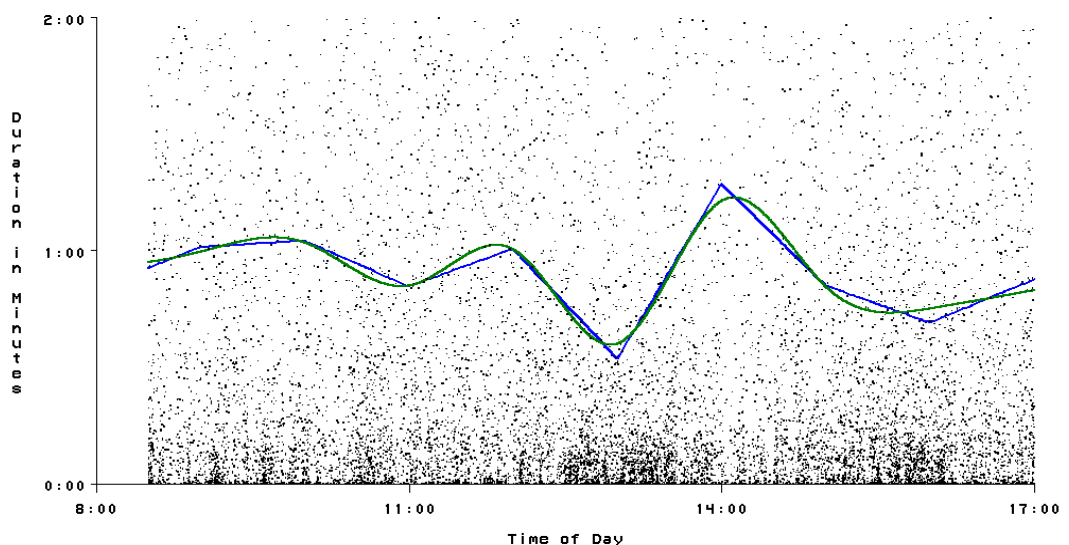
3.1 Die Modellierung von Intratages-Saisonalitäten¹

Um Intratages-Saisoneffekte zu modellieren, haben Engle und Russell (1994, 1995a) vorgeschlagen, zunächst eine Spline-Funktion an die Daten anzupassen. Dabei wird als abhängige Variable der Spline-Schätzung Inter-Handelsdauer, x_i , und als erklärende Variable der Zeitstempel der letzten Transaktion, t_{i-1} , gewählt. Im Ansatz von Engle und Russell (1994, 1995a) ist die Spline-Funktion, $x_i = \Phi(t_{i-1})$, linear und volle Stunden werden als Knotenpunkte für die Splines verwendet. Die OLS-Schätzung wird unter der Berücksichtigung der Restriktion durchgeführt, daß die Funktionswerte an den Knotenpunkten identisch sind. Die saisonbereinigte Zeitreihe ergibt sich, indem man die Inter-Handelsdauer durch den entsprechenden Wert der Spline-Funktion zum Zeitpunkt t_{i-1} dividiert:

$$\tilde{x}_i \equiv \frac{x_i}{\Phi(t_{i-1})} \quad (1)$$

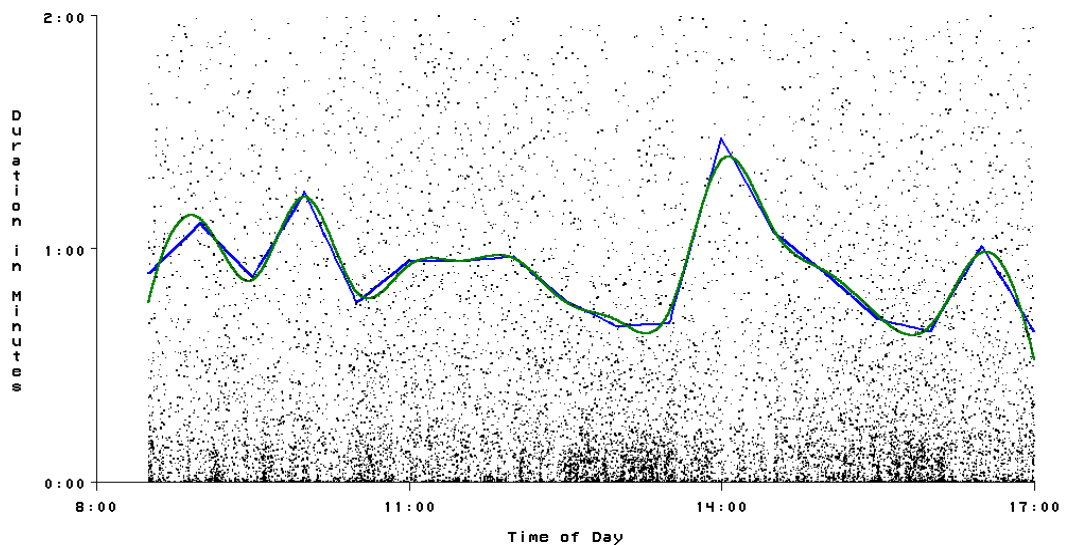
Diese Ansatz wurde u.a. von Engle (1996), Engle and Russell (1997), Ghysels and Jasiak (1998a) übernommen. Zur Illustration zeigen die Abbildungen 6 und 7 die Spline-Funktion für die ersten fünf Wochen der Deutsche Telekom IPO.

Abbildung 6: Lineare vs. kubische Spline-Funktion (Saisonfigur) mit vollen Stunden als Knotenpunkten^a



¹ siehe Grammig und Kokot (1998) für eine detailliertere Diskussion

Abbildung 7: Lineare vs. kubische Spline-Funktion (Saisonfigur) mit halben Stunden als Knotenpunkten^a



Quelle: Grammig und Kokot (1998)

^a 13551 Inter-Handelsdauern auf dem IBIS-System vom 18. Nov. 1996 – 20. Dez. 1996.

Diese Vorgehensweise kann aus drei Gründen kritisiert werden. Wie Abbildung 6 deutlich macht, ist die Spline-Funktion an den Knotenpunkten nicht kontinuierlich. Da die Korrektur um saisonale Effekte gemäß Gleichung (1) erfolgt, werden die resultierenden saisonbereinigten Inter-Handelsdauern von dieser Diskontinuität direkt betroffen. Zum Zweiten ist die Annahme einer linearen Funktion zwischen den Knotenpunkten restriktiv, insbesondere dann, wenn man recht große Intervalle zwischen den Knotenpunkten zulässt. Da wichtige Ereignisse, wie z. B. das Öffnen und Schließen von Präsenzbörsen im In- und Ausland, während des Handelstages zwischen zwei vollen Stunden auftreten, erscheint die Annahme eines monoton fallenden oder steigenden Verlaufs der Spline-Funktion in diesem Stundenintervall besonders problematisch. Drittens ist die Annahme einer identischen Saisonfigur für alle Handelstage problematisch: Die empirischen Befunde zu Tages-Effekten auf Finanzmärkten (z. B. Ariel 1990, Keim and Stambaugh 1984, Krämer and Runde 1993) legen die Vermutung nahe, daß die Intratages-Saisonalität der Handelsintensität zwischen bestimmten Typen von Handelstagen unterschiedlich sein wird (Feiertage an internationalen Börsenplätzen, Verfalltage an der Terminbörse etc.).

Den ersten beiden Einwänden kann durch die Anpassung einer Spline-Funktion mit einem Polynom höherer Ordnung Rechnung getragen werden. Unter Verwendung der Ergebnisse von Buse und Lim (1977) kann dann etwa eine kubische Spline-Funktion mit der Restricted Least Squares-Methode geschätzt werden. Dem Problem einer identischen Saisonfigur für alle Handelstage kann durch den Einbezug von 0/1 (Dummy-)

Indikatorvariablen in die Spline-Funktion $\Phi(t_{i-1})$ - etwa durch Wochentags-Dummies – oder durch eine Gruppierung der Handelstage in homogene Zellen (z.B. mit einer Zellgruppierung nach Wochentagen, Verfalltag an der Terminbörse, Feiertag in US, usw.), und einer separaten Schätzung von Spline-Funktionen für jede Zelle begegnet werden (Grammig und Kokot 1998).

Will man die Dauern zwischen Transaktionen für einen neuen Handelstag prognostizieren, so hat diese Methode Vorteile gegenüber der von Engle und Russell (1994) vorgeschlagenen zeitlichen Aufteilung in Unterstichproben, da die entsprechende Zelle für den Prognosetag eindeutig definiert ist und die zu verwendende Spline-Funktion bekannt ist.

3.2 Grundlagen der ACD Modellierung

Zur Modellierung der saisonbereinigten Inter-Handelsdauern, \tilde{x}_i , wurde von Engle und Russell (1994,1995a) der ACD-Ansatz vorgeschlagen. Hierzu wird zunächst der Erwartungswert der saisonbereinigten Transaktionsintervall-Dauern, gegeben die in t_{i-1} verfügbare Information, F_{i-1} , definiert:

$$\psi_i = E(\tilde{x}_i | F_{i-1}) \quad (2)$$

Die zentrale Annahme des ACD-Ansatzes besteht darin, daß die intertemporale Abhängigkeit der Inter-Handelsdauern vollständig durch den bedingten Erwartungswert der Dauern, ψ_i , erklärt wird. Das heißt, es wird angenommen, daß die standardisierten Inter-Handelsdauern, $\frac{\tilde{x}_i}{\psi_i}$, unabhängige Zufallsvariablen mit einer noch zu bestimmenden parametrischen Dichtefunktion $g(\cdot)$ sind:

$$g\left(\frac{\tilde{x}_i}{\psi_i} | F_{i-1}; \theta\right) = g\left(\frac{\tilde{x}_i}{\psi_i}; \theta\right) \quad (3)$$

Als Spezifikation für $\psi_i = E(\tilde{x}_i | F_{i-1})$ wird im allgemeinen eine lineare Differenzengleichung gewählt, welche verzögerte bedingten Erwartungswerte der Inter-Handelsdauern, $\psi_{i-1}, \psi_{i-2}, \dots$, sowie verzögerte Inter-Handelsdauern, $\tilde{x}_{i-1}, \tilde{x}_{i-2}, \dots$ enthält.

$$\psi_i = \omega + \alpha_1 \tilde{x}_{i-1} + \alpha_q \tilde{x}_{i-q} + \beta_1 \psi_{i-1} + \beta_p \psi_{i-p} \quad (4)$$

Gleichung (4) definiert ein ACD(p,q) Modell. Die Stabilität und Nicht-Negativität dieser Differenzengleichung erfordert, daß

$$\omega > 0 \quad \text{und} \quad \sum_{i=1}^p \beta_p + \sum_{j=1}^q \alpha_q < 1 \quad (5)$$

Diese dynamische Spezifikation der bedingten erwarteten Inter-Handelsdauern kann verallgemeinert werden, indem zusätzliche erklärende Variablen aufgenommen werden (Geld-Brief-Spannen, Transaktionsvolumina, usw.)

$$\psi_i = f(\tilde{x}_{i-1}, \tilde{x}_{i-2}, \dots, \tilde{x}_{i-q}, \psi_{i-1}, \psi_{i-2}, \dots, \psi_{i-p}, z_i, z_{i-1}, \dots; \theta) \quad (6)$$

3.3 EACD-und WACD-Modell

Die einfachste Spezifikation eines ACD-Modells ist das Exponential-ACD-Modell (EACD), das aus der Annahme unabhängig exponentialverteilter standardisierter Inter-Handelsdauern, $\tilde{x}_i \psi_i^{-1}$, folgt. Dabei wird die Restriktion auferlegt, daß der λ -Parameter der Exponentialverteilung gleich eins ist²:

$$g\left(\frac{\tilde{x}_i}{\psi_i} | F_{i-1}; \theta\right) = g\left(\frac{\tilde{x}_i}{\psi_i}; \theta\right) = \exp\left(-\frac{\tilde{x}_i}{\psi_i}\right) \quad (7)$$

Es kann einfach gezeigt werden (unter Verwendung des Theorems in Ramanathan (1993), S. 38-39), daß \tilde{x}_i ebenfalls exponentialverteilt ist, wobei der λ -Parameter der Exponentialverteilung gleich ψ_i^{-1} ist:

$$g(\tilde{x}_i; \theta) = \exp\left(-\frac{\tilde{x}_i}{\psi_i}\right) \cdot \left|\frac{1}{\psi_i}\right| = \frac{1}{\psi_i} \exp\left(-\frac{\tilde{x}_i}{\psi_i}\right) \quad (8)$$

Unter Konditionierung auf Pre-Sample-Werte der erklärenden Variablen in Gleichung (4) oder (6) kann nun die Likelihood-Funktion einer Stichprobe von Inter-Handelsdauern rekursiv bestimmt und die Maximum-Likelihood-Methode zur Schätzung der Modellparameter verwendet werden. Die Likelihood-Funktion eines EACD Modells und die Bedingungen erster Ordnung für deren Maximum finden sich in Engle and Russell (1994, S. 11).

Vergleicht man die Überlebens- und Dichtefunktion der Exponentialfunktion mit der deskriptiven/nichtparametrischen Analyse der Inter-Handelsdauern in Abbildung 1 und 2, so ist die Eignung der Exponentialverteilung, die charakteristische empirischen Verteilung nachzubilden, sicherlich zweifelhaft. Wie die Abbildungen 1 und 2 zeigen, ist der steile Abfall des Histogramms der Inter-Handelsdauern weitaus stärker ausgeprägt als in der Dichtefunktion der Exponentialverteilung.

Es erscheint daher sinnvoll, nach einer Spezifikation zu suchen, die eine größere Flexibilität der Modellierung erlaubt. Engle and Russell (1994) haben vorgeschlagen, die

² Dichte, Verteilungs- und Hazard-Funktion der Exponentialverteilung sind in der Übersichtstabelle A1 des Anhangs enthalten.

Weibull-Verteilung für die standardisierten Inter-Handelsdauern anzunehmen³. Aus dieser Spezifikation folgt das WACD-Modell, das das EACD-Modell als Spezialfall enthält⁴. Zur Herleitung des WACD- Modells kann man die Zufallsvariablen

$$\tilde{x}_i \phi_i^{-1} \quad (9)$$

definieren, wobei

$$\phi_i \equiv \psi_i \cdot [\Gamma(1+1/\gamma)]^{-1}, \gamma > 0$$

und $\Gamma(\cdot)$ die Gamma Funktion bezeichnet. Nimmt man nun an, daß die Zufallsvariablen $\tilde{x}_i \phi_i^{-1}$ unabhängig und Weibull-verteilt sind, mit der Restriktion, daß der λ -Parameter der Weibull-Verteilung gleich eins ist, dann ist wiederum einfach zu zeigen (unter Verwendung des Theorems in Ramanathan (1993), S. 38-39), daß die Inter-Handelsdauern ebenfalls Weibull-verteilt sind, mit der Dichtefunktion

$$g(\tilde{x}_i; \theta) = \frac{\gamma}{\tilde{x}_i} \left(\frac{\tilde{x}_i}{\psi_i \cdot [\Gamma(1+1/\gamma)]^{-1}} \right)^{\gamma} \exp \left(- \left(\frac{\tilde{x}_i}{\psi_i \cdot [\Gamma(1+1/\gamma)]^{-1}} \right)^{\gamma} \right), \quad (10)$$

wobei der λ -Parameter der Weibull-Verteilung gleich $\psi_i \cdot [\Gamma(1+1/\gamma)]^{-1}$ ist. Mit der Konditionierung auf Pre-Sample-Werte in der dynamischen Spezifikation (4) or (6), kann die Likelihood-Funktion einer Stichprobe von Dauern zwischen Transaktionen rekursiv evaluiert und in Abhängigkeit der unbekannten Parameter maximiert werden.

4. EIN ALLGEMEINES ACD-MODELL: SPEZIFIKATION, SCHÄTZUNG UND TESTS DES BURR-ACD-MODELLS

4.1 Motivation für das Burr-ACD-Modell

Im EACD-Modell determiniert ein Parameter, ψ_i^{-1} , die Form der Verteilungsfunktion der Inter-Handelsdauern . Das WACD bietet hier eine größere Flexibilität durch Einführung eines weiteren Lageparameters, γ . Die Größe dieses Parameters beeinflußt Form und Lage der bedingten Dichte-, Survivor- und Hazard-Funktion der Inter-Handelsdauern. Es ergibt sich das EACD-Modell, wenn der γ -Parameter den Wert eins annimmt. Das restriktivere EACD- ist somit ein Spezialfall des allgemeineren WACD- Modells. Um insbesondere die beobachtete Häufung von Inter-Handelsdauern bei kurzen Zeitintervallen geeignet zu modellieren, kann es jedoch notwendig sein, einen noch allgemeineren Modellansatz zu verwenden.

³ Dichte, Verteilungs- und Hazard-Funktion der Weibullverteilung sind in der Übersichtstabelle A1 des Anhangs enthalten.

⁴ Die Weibull-Verteilung konvergiert zur Exponentialverteilung, wenn γ -Parameter der Weibull-Verteilung gegen eins geht (siehe Tabelle A1 im Anhang)

Grammig und Maurer (1998) haben eine ACD-Spezifikation vorgeschlagen, mit deren Hilfe eine große Flexibilität der Modellierung möglich ist. Das Modell basiert auf der Burr-Verteilung und wird daher als Burr-ACD- oder auch BACD-Modell bezeichnet. Die Burr-Verteilung ist eine in der Ökonometrie weniger gebräuchliche Verteilung (Lancaster 1990) und enthält die log-logistische, die Weibull- und die Exponential-Verteilung als Spezialfälle (Lancaster 1990). Eine Burr-verteilte Zufallsvariable T hat die Dichtefunktion

$$f(t) = \frac{\mu \cdot \kappa \cdot t^{\kappa-1}}{(1 + \sigma^2 \cdot \mu \cdot t^\kappa)^{\eta+1}}, \quad \sigma^2 > 0 \quad (11)$$

mit $\eta = \sigma^{-2}$. Die Überlebensfunktion ist gegeben mit

$$S(t) = (1 + \sigma^2 \cdot \mu \cdot t^\kappa)^{-\eta}. \quad (12)$$

Der Erwartungswert einer Burr-verteilten Zufallsvariablen ist

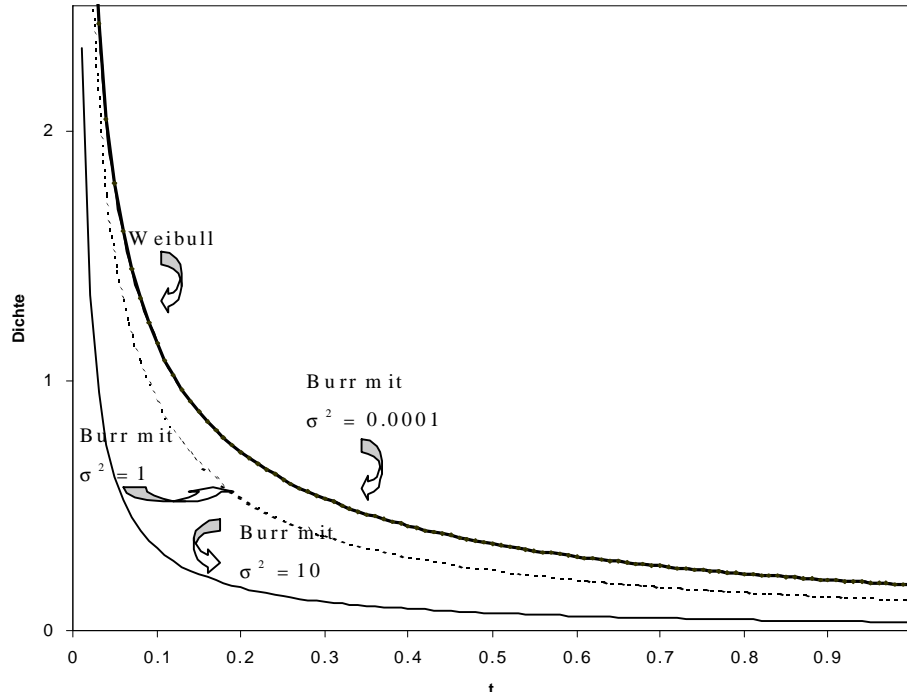
$$E(T) = \mu^{-1/\kappa} \cdot \frac{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\kappa}\right) \cdot \Gamma\left(\eta - \frac{1}{\kappa}\right)}{\sigma^{2\left(1 + \frac{1}{\kappa}\right)} \cdot \Gamma(\eta + 1)} \quad (13)$$

Dieser Erwartungswert existiert für

$$-\kappa < 1 < \kappa\sigma^{-2} \quad (14)$$

Wenn der Parameter σ^2 sich der Untergrenze von Null annähert, fällt die Burr-Verteilung mit der Weibull-Verteilung zusammen, und der κ -Parameter der Burr-Verteilung entspricht dem Parameter γ der Weibull-Verteilung. Wenn σ^2 nahe bei Null und κ gleich eins ist, entspricht die Burr- daher der Exponentialverteilung. Ist $\sigma^2 = 1$, dann ist die Burr-Verteilung mit der log-logistischen Verteilung identisch. Um die größere Flexibilität der Burr- gegenüber der Weibull-Verteilung zu veranschaulichen, wird in Abbildung 8 die Dichtefunktion der Weibull- mit der Burr-Verteilung verglichen. Es zeigt sich, daß für größere Werte σ^2 die Dichtefunktion der Burr Verteilung den gewünschten, annähernd eckigen Verlauf annehmen kann.

Abbildung 8: Dichtefunktionen von Weibull- und Burr-Verteilung mit Weibull- γ und Burr- $\kappa = 0.5$, Weibull- λ und Burr- $\mu = 1$ bei verschiedenen Werten des Burr-Verteilungsparameters σ^2



4.2 Spezifikation, Schätzung und Tests des Burr-ACD Modells

Um das Burr-ACD-Modell zu entwickeln, definieren Grammig und Maurer (1998) die folgende Transformation der bedingten erwarteten Dauer $\psi_i = E(\tilde{x}_i | F_{i-1})$

$$\xi_i \equiv \psi_i \cdot \frac{\sigma^{2\left(1+\frac{1}{\kappa}\right)} \cdot \Gamma(\eta+1)}{\Gamma\left(1+\frac{1}{\kappa}\right) \cdot \Gamma\left(\eta-\frac{1}{\kappa}\right)} \quad (15)$$

Wir nehmen an, daß die Zufallsvariablen $\tilde{x}_i \xi_i^{-1}$ unabhängig und Burr-verteilt und weiterhin, daß der Parameter μ der Burr-Verteilung gleich eins ist:

$$g\left(\frac{\tilde{x}_i}{\xi_i} | F_{i-1}\right) = g\left(\frac{\tilde{x}_i}{\xi_i}\right) = \frac{\kappa \cdot \xi_i^{1-\kappa} \cdot \tilde{x}_i^{\kappa-1}}{\left[1 + \sigma^2 \cdot \xi_i^{-\kappa} \cdot \tilde{x}_i^{\kappa}\right]^{\eta+1}} \quad (16)$$

Dabei wird die grundsätzliche Annahme des ACD-Ansatzes beibehalten, daß die standardisierten Inter-Handelsdauern $\tilde{x}_i \psi_i^{-1}$ unabhängige Zufallsvariablen sind. Es kann nun gezeigt werden (unter Verwendung des Theorems in Ramanathan (1993), S. 38-39), daß die Inter-Handelsdauern, \tilde{x}_i , ebenfalls Burr-verteilt sind:

$$g(\tilde{x}_i | F_{i-1}) = \frac{\kappa \cdot \xi_i^{-\kappa} \cdot \tilde{x}_i^{\kappa-1}}{[1 + \sigma^2 \cdot \xi_i^{-\kappa} \cdot \tilde{x}_i^{\kappa}]^{\eta+1}} \quad (17)$$

wobei der Verteilungsparameter μ der Burr-Verteilung den Wert $\xi_i^{-\kappa}$ annimmt. Wie im ACD-Grundansatz verwenden wir eine dynamische Spezifikation für $\psi_i = E(\tilde{x}_i | F_{i-1})$:

$$\psi_i = \omega + \alpha_1 \tilde{x}_{i-1} + \alpha_q \tilde{x}_{i-q} + \beta_1 \psi_{i-1} + \beta_p \psi_{i-p} + \delta_1 z_{i-1} + \delta_2 z_{i-2} + \delta_s z_{i-s} \quad (18)$$

Gleichung (18) definiert ein BACD(p,q)-Modell mit zusätzlichen erklärenden Variablen. Dabei gilt wegen Gleichung (15),

$$\xi_i = \tilde{\omega} + \tilde{\alpha}_1 \tilde{x}_{i-1} + \tilde{\alpha}_q \tilde{x}_{i-q} + \beta_1 \xi_{i-1} + \beta_p \xi_{i-p} + \tilde{\delta}_1 z_i + \tilde{\delta}_2 z_{i-1} + \tilde{\delta}_s z_{i-s} \quad (19)$$

wobei

$$\tilde{\omega} = \omega \cdot c^{-1}; \tilde{\alpha}_1 = \alpha_1 \cdot c^{-1}; \dots; \tilde{\alpha}_q = \alpha_q \cdot c^{-1}; \tilde{\delta}_1 = \delta_1 \cdot c^{-1}; \dots; \tilde{\delta}_s = \delta_s \cdot c^{-1}$$

$$c \equiv \frac{\sigma^{2\left(1+\frac{1}{\kappa}\right)} \cdot \Gamma(\eta+1)}{\Gamma\left(1+\frac{1}{\kappa}\right) \cdot \Gamma\left(\eta-\frac{1}{\kappa}\right)} \quad (20)$$

Nach Konditionierung auf Presample-Werte $\tilde{x}_{-1}, \tilde{x}_{-2}, \dots, \tilde{x}_{-q}, z_{-1}, \dots, z_{-s}$ kann die aus der Burr-ACD-Spezifikation folgende Log-Likelihood einer Stichprobe von N Dauern zwischen Transaktionen geschrieben werden als:

$$\log L(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_N | \tilde{x}_{-1}, \tilde{x}_{-2}, \dots, \tilde{x}_{-q}, z_{-1}, \dots, z_{-s}; \theta) = \quad (21)$$

$$\sum_{i=1}^N \left(\ln \kappa - \kappa \cdot \ln \xi_i + (\kappa - 1) \cdot \ln \tilde{x}_i - (\eta + 1) \cdot \ln \left(1 + \sigma^2 \cdot \xi_i^{-\kappa} \cdot \tilde{x}_i^{\kappa} \right) \right)$$

mit:

$$\xi_i \equiv \psi_i \cdot \frac{\sigma^{2\left(1+\frac{1}{\kappa}\right)} \cdot \Gamma(\eta+1)}{\Gamma\left(1+\frac{1}{\kappa}\right) \cdot \Gamma\left(\eta-\frac{1}{\kappa}\right)} \quad (22)$$

$$\psi_i = \omega + \alpha_1 \tilde{x}_{i-1} + \alpha_q \tilde{x}_{i-q} + \beta_1 \psi_{i-1} + \beta_p \psi_{i-p} + \delta_1 z_{i-1} + \delta_2 z_{i-2} + \delta_s z_{i-s}$$

Die Maximierung von (21) ist unter Beachtung von $\eta = \sigma^{-2}$ und der folgenden Ungleichheits-Restriktionen durchzuführen:

$$\sigma^2 > 0; -\kappa < 1 < \kappa \sigma^{-2} \quad (14)$$

$$\varpi > 0 \quad \text{and} \quad \sum_{i=1}^p \beta_p + \sum_{j=1}^q \alpha_q < 1 \quad (5)$$

Die Spezifikationstests, die von Engle and Russell (1994, 1995a) für EACD und WACD-Modelle vorgeschlagen wurden, können für das Burr-ACD Modell einfach angepaßt werden. Die zentrale Annahme des Burr-ACD-Modells besteht darin, daß die Zufallsvariablen unabhängig und Burr-verteilt sind, mit der Restriktion, daß der Parameter μ der Burr-Verteilung gleich eins ist. Die ersten zwei Momente der Zufallsvariablen $\tilde{x}_i \xi_i^{-1}$ können aus der Tabelle A1 im Anhang berechnet werden. Unter Verwendung der ML-Schätzer des Burr-ACD-Modells kann man die Zeitreihen $\hat{\psi}_i$, $\hat{\xi}_i$ und $\tilde{x}_i \hat{\xi}_i^{-1}$ berechnen. Abweichungen zwischen Mittelwert und Varianz der Reihe $\tilde{x}_i \hat{\xi}_i^{-1}$ und den ersten beiden Momenten von $\tilde{x}_i \xi_i^{-1}$, evaluiert an der Stelle der geschätzten Parameter der Burr-Verteilung σ^2 and κ , weisen auf Spezifikationsfehler hin. Die Unabhängigkeitsannahme für $\tilde{x}_i \psi_i^{-1}$ kann getestet werden, indem man die Ljung-Box-Statistik für die geschätzte Reihe $\tilde{x}_i \hat{\psi}_i^{-1}$ berechnet. Bei korrekter Spezifikation wird die White-Noise Null-Hypothese nicht zu verwerfen sein. Durch die Konstruktion der saisonbereinigten Dauern in Gleichung (1) hat die Zufallsvariable \tilde{x}_i einen Erwartungswert von eins. Benutzt man die obige dynamische Spezifikation für den bedingten Erwartungswert ψ_i sowie die ML-Schätzer, dann sollte eine langfristige Prognose des bedingten Erwartungswertes der Dauer zwischen Transaktionen unter Verwendung der dynamischen Gleichung (4) nahe bei eins sein. Abweichungen dieses langfristigen Prognosewertes von eins deuten auf einen Spezifikationsfehler hin.

5. EMPIRISCHE ANALYSE DER TRANSAKTIONSINTENSITÄTEN DER IPO DER DEUTSCHEN TELEKOM MIT ACD MODELLEN

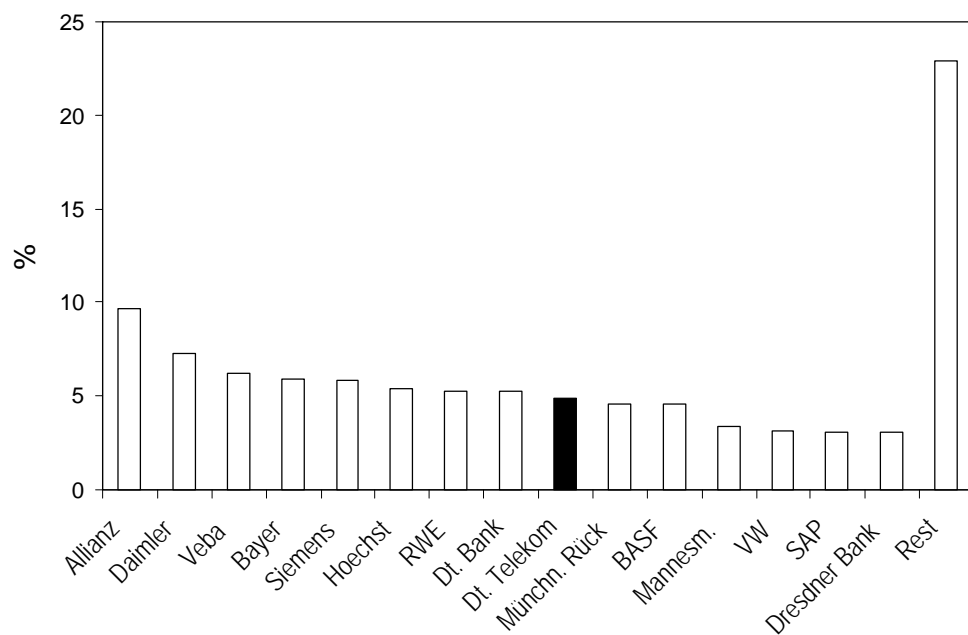
5.1 Institutionelle Rahmenbedingungen

Zum empirischen ökonometrischen Analyse werden Transaktionsdaten der ersten 5 Wochen der Deutschen Telekom IPO aus dem IBIS Handelssystem (Integrated Stock Exchange Trading and Information System) verwendet. Die IPO der Deutschen Telekom im November 1996 war der erste Schritt des größten Privatisierungsprojektes in Deutschland und hatte einem signifikanten Einfluß auf das Anlageverhalten privater Haushalte in Deutschland. Mit der Deutschen Bank, der Dresdner Bank und Goldman Sachs als globalen Koordinatoren sowie umfangreichen Marketing-Aufwendungen wurden im November 1996 als erste Tranche 713 Mio. Aktien, ca. 25 % der Gesamtzahl der Aktien des damals zu 100 % in öffentlicher Hand befindlichen Telekommunikations-Monopolisten, privaten Investoren angeboten. Spezielle Anreizprogramme für private Haushalte, z. B. Preisnachlässe und Bonus-Aktien, führten zu einer 5-6 fachen Überzeichnung der Telekom-Aktie. 23 Mio. der angebotenen Aktien wurden an Mitarbeiter der Deutschen Telekom verkauft. 67 % der verbleibenden Aktien wurden

von deutschen privaten (174 Mio. Aktien) und institutionellen Investoren (254 Mio. Aktien) gezeichnet. In den USA wurden 14 %, in Großbritannien 8 % , im sonstigen Europa 6 % und in Asien 5% der Telekom-Aktien plazierte. Der Ausgabepreis je Aktien betrug 28.5 DM (18.89 \$) und führte zu einen Emissionserlös von 20 Mrd. DM.

Der 18. November 1996 war der erste Handelstag der Deutsche Telekom-Aktie auf den Börsenplätzen Frankfurt und New York. In Tokio begann der Handel mit der Telekom-Aktie einen Tag später. Wegen der erwarteten außerordentlichen Handelsintensität wurden die Handelszeiten des IBIS-Systems von 08:30 h – 17:00 h auf 08:30 h – 19:00 h verlängert. Die Aktie der Deutschen Telekom wurde sofort in den DAX aufgenommen (die Metallgesellschaft ersetzend). Gemessen an der Marktkapitalisierung nahm die Deutsche Telekom den 9. Rang im 30 Titel umfassenden DAX ein (Abbildung 9).

Abbildung 9: Relative Marktkapitalisierung der Deutsche Telekom und anderer Aktien im Deutschen Aktien Index (DAX)^a



^a Berechnet am 19. Nov. 1996.

Um die im vorherigen Abschnitt vorgestellten Modelle anwenden zu können, werden IBIS Transaktionsdaten benutzt, die von der Karlsruher Kapitalmarktdatenbank (Lüdecke 1996) zur Verfügung gestellt werden. IBIS ist ein elektronisches Handelssystem der Deutsche Börse AG, bei dem die Mitglieder des Systems Wertpapiere

im Rahmen einer doppelten Auktion handeln⁵. Jeder Händler hat die Möglichkeit, sich auf seinem Computer-Display das vollständige Orderbuch des IBIS-Systems für ein ihn/sie interessierendes Wertpapier anzeigen zu lassen. Das Orderbuch enthält die Wertpapier-Kennnummer, den Geld- bzw. Briefkurs und das Volumen (Anzahl Wertpapiere) des jeweiligen Angebotes. Händler können aus dem Orderbuch, das absteigend nach Briefkursen und aufsteigend nach Geldkursen geordnet angezeigt wird, kaufen und verkaufen und selbst Kauf- und Verkaufsangebote einstellen und gegebenenfalls wieder löschen. Die in das System eingestellten Angebote sind für den Anbieter verbindlich. Ein automatisches Matching von Kauf- und Verkaufsangeboten findet nicht statt, d.h. eine Transaktion wird im IBIS-System immer von einem Händler durch das „hitten“ eines Kauf- oder Verkaufsangebotes ausgelöst. Ein Händler, der aus dem Orderbuch kaufen möchte, muß dabei grundsätzlich das billigste Angebot auswählen. Eine Ausnahme von dieser Regel ist nur dann erlaubt, wenn das angebotene Verkaufsvolumen größer oder kleiner ist als dasjenige, welches der kaufwillige Händler kaufen möchte. Zudem muß der Anbieter sein Verkaufsangebot mit dem Hinweis versehen haben, daß er nicht bereit ist, weniger als das von ihm angebotene Volumen zu verkaufen. In diesem Falle kann der potentielle Käufer das nächst-teurere Angebot auswählen, wenn die Volumenrestriktion hier nicht gilt. Es ist durchaus möglich, daß ein Händler mehrere Verkaufsangebote innerhalb kurzer Zeit hintereinander „hitted“, evtl. also auch die Angebotsseite des Orderbuches „abräumt“. Für die Nachfrageseite des Orderbuches gilt entsprechendes.

Die IBIS Daten, wie sie von der Karlsruher Kapitalmarkt-Datenbank bereitgestellt werden, enthalten für jede Transaktion auf dem IBIS System einen Zeileneintrag, in dem die Wertpapier-Kenn-Nummer, der Preis, das Volumen, das Datum und die lokale Zeit der Transaktion (Genauigkeit: 1/100 Sekunden) aufgeführt sind. Für die empirische Analyse werden Transaktionen der Deutsche Telekom Aktie vom 18. November 1996 bis zum 20. Dezember 1996 ausgewählt. Zur Schätzung der Modelle schließen wir die jeweils erste Beobachtung jedes Tages sowie die Transaktionen während der verlängerten Handelszeit der ersten Woche des Telekom-Handels aus. Um zu verhindern, daß systemtechnische Einflüsse die Modellschätzung verzerren, eliminieren wir außerdem die Beobachtung der ersten Transaktion nach einem Zusammenbruch des IBIS Systems am 13. Dezember 1996 von 09:00 h – 10:30 h. Nach dieser Selektion werden 13551 Transaktionen der Deutsche Telekom Aktie auf dem IBIS System berücksichtigt.

⁵ Im Jahre 1997 wurde das IBIS- durch XETRA-System ersetzt, das die gleiche Basisfunktionalität bereitstellt.

5.2 Schätz- und Testergebnisse

Nach der Standard-ACD-Schätzprozedur, wie sie von Engle und Russell (1994, 1995a) vorgeschlagen wurde, ist die Zeitreihe der Dauern zwischen Transaktionen um deterministische Intra-Tages-Saisonalität zu bereinigen. Dem Vorgehen von Engle und Russell (1994,1995) folgend, schätzen wir zunächst eine lineare Spline-Funktion mit ganzen Stunden als Knotenpunkten. Durch eine Saisonbereinigung unter Verwendung von Gleichung (1) konnte jedoch keine signifikante Verringerung der Autokorrelation der saisonbereinigten gegenüber der ursprünglichen Reihe der Dauern erzielt werden. Für die Zeitreihe der Dauern zwischen Transaktionen der Deutsche Telekom-Aktie ist die Ljung-Box Statistik mit 18 zugelassenen Lags 4986.55, der entsprechende Wert für die saisonbereingte Reihe, die unter Verwendung von Gleichung (1) erzeugt wurde , ist 4724.66. Unter Verwendung der in Abschnitt 3.2 vorgeschlagenen Modifikationen der Standardprozedur wird eine lineare Spline-Funktion mit halben Stunden als Knotenpunkten geschätzt, doch auch dies konnte die Ljung-Box-Statistik der saisonbereinigten Reihe nicht signifikant reduzieren [$Ljung-Box(18)=4874.07$]. Mit einer kubischen Spline-Funktion, geschätzt mit Hilfe der von Buse und Lim (1977) vorgeschlagenen RLS-Prozedur, konnte ebenfalls nicht das gewünschte Ergebnis einer Reduktion der Autokorrelation der Zeitreihe der Dauern erzielt werden. Die Saisonbereinigung mit einer kubischen Spline-Funktion und ganzen Stunden als Knotenpunkten ergab eine Ljung-Box(18)-Statistik von 4765.33. Mit halben Stunden als Knotenpunkten ist die Ljung-Box(18)-Statistik 4937.15. Die kubischen Spline-Funktionen, die über die gesamte Stichprobe geschätzt wurden, sind in den Abbildungen 6 and 7 enthalten.

Engle and Russell (1994, 1995a) haben vorgeschlagen, die Stichprobe der Transaktionen in homogene Unterstichproben aufzuteilen und die Spline-Schätzung für jede dieser Stichproben getrennt durchzuführen. Wie in Abschnitt 3.1. dargelegt, ist diese Prozedur jedoch dann problematisch, wenn das Modell für Prognosezwecke eingesetzt werden soll, denn es ist nicht eindeutig, welches die korrekte Spline-Funktion für den Prognosetag ist. Wir gruppieren deshalb die Handelstage in disjunkte Zellen, wobei Wochentage und Indikatoren für Verfalltage an der DTB, Feiertage in den USA und die ersten beiden Wochen der Telekom IPO als Segmentations-Variablen dienen. Auf Basis der sich hieraus ergebenden Gruppen von Handelstagen schätzen wir mit der von Buse und Lim (1977) vorgeschlagenen Methode separate kubische Spline-Funktionen mit halben Stunden als Knotenpunkten. Mit den so erhaltenen Spline-Funktionen führen wir die Saisonbereinigung durch und erhalten eine Ljung-Box(18) Statistik von 398.39 für die saisonbereinigten Dauern. Das Autokorrelogramm dieser Reihe zeigt Abbildung 5.

Die nichtparametrische Schätzung der Überlebensfunktion und das Histogramm auf Basis dieser saisonbereinigten Dauern haben wir bereits in den Abbildungen 2 und 4 gezeigt.

Mit dieser saisonbereinigten Reihe werden nun die von Engle und Russell vorgeschlagenen ACD-Modelle (EACD und WACD) und das in Abschnitt 4 vorgestellte Burr-ACD-Modell mit der Maximum Likelihood-Methode⁶ geschätzt. Zur Bestimmung der Lag-Längen in der dynamischen Gleichung (4) für den bedingten Erwartungswert der Inter-Handelsdauern verwenden wir die Informationskriterien von Akaike und Schwartz.

Tab 1: Schätzergebnisse für ACD-Modelle^{a b}

| | EACD(1,2) | | WACD (1,2) | |
|--------------------|------------|--------|------------|---------|
| | Schätzwert | t-Wert | Schätzwert | t-Wert |
| w | 0.1470 | 9.275 | 0.1556 | 6.014 |
| α_1 | 0.1284 | 14.190 | 0.1708 | 10.874 |
| α_2 | -0.0415 | -4.061 | -0.0657 | -3.623 |
| β_1 | 0.7687 | 36.670 | 0.7494 | 21.464 |
| γ | | | 0.6497 | 146.122 |
| Log Likelihood | -13382.6 | | -10913.1 | |
| AIC-Kriterium | 26773.2 | | 21836.3 | |
| Schwartz-Kriterium | 26803.3 | | 21873.9 | |

a Saisonbereinigung: Kubische Splines mit halben Stunden als Knotenpunkten. Handelstage segmentiert nach: Woche eins und zwei der Deutsche Telekom IPO, Wochentage, Verfalltag an der DTB.

b Lag Länge determiniert nach Schwartz and Akaike (AIC) Kriterium.

⁶ Wir haben die Prozeduren für die Evaluation der Log-Likelihood Funktion und der Scores im ökonometrischen Entwicklungssystem GAUSS implementiert.

Tabelle 2: Schätzergebnisse Burr-ACD model ^{a b c}

| Burr-ACD (1,2) | | |
|-----------------------|---------------------|---------|
| | ML-Schätzer | t-Wert |
| ϖ | 0.1547 | 6.112 |
| α_1 | 0.1711 | 10.087 |
| α_2 | -0.0663 | -4.136 |
| β_1 | 0.7504 | 22.428 |
| κ | 0.6498 | 146.065 |
| σ^2 | 0.0001 _d | |
| Log Likelihood | -10913.1 | |
| AIC-Kriterium | 21838.2 | |
| Schwartz-Kriterium | 21883.3 | |

a zur Methode der Saisonbereinigung siehe Tabelle 1

b Lag Länge determiniert nach Schwartz and Akaike (AIC) Kriterium.

c untere Schranke des Parameterwertes

In allen drei geschätzten ACD-Spezifikationen wird nach den beiden Informationskriterien eine ACD(1,2)-Spezifikation gewählt. Tabelle 1 und 2 enthalten die ML-Schätzer, die t-Werte und den Wert der Log -Likelihood am Maximum für die geschätzten EACD(1,2)- und WACD(1,2)-Modelle (Tabelle 1) sowie für das Burr-ACD(1,2) Modell (Tabelle 2). Jeder der geschätzten Parameter ist auf dem 1 % Signifikanzniveau von Null verschieden.

Mit Hilfe eines Likelihood-Ratio Tests kann nun das WACD- gegen das EACD-Modell getestet werden. Hierzu schätzen wir das WACD-Modell unter der Restriktion, daß $\gamma=1$ ist. Die hieraus errechnete Likelihood-Ratio-Statistik ist $\chi^2(1) = 4939$, d. h. die EACD-Spezifikation wird klar zugunsten des WACD-Modells abgelehnt.

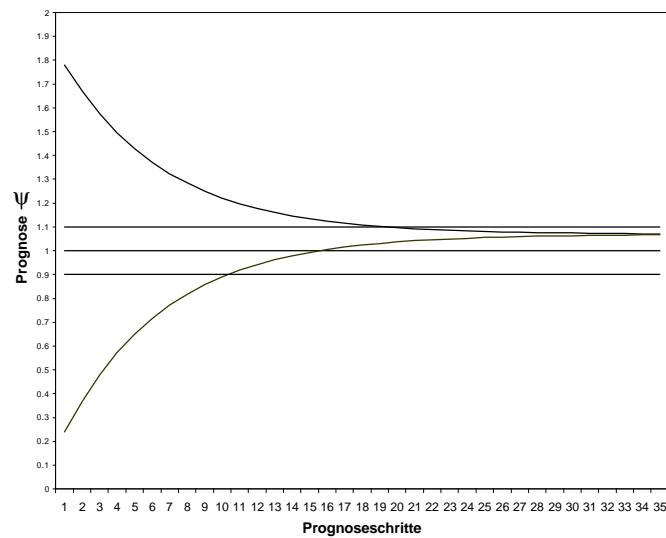
Bei der Analyse der Ergebnisse des Burr-ACD(1,2)-Modells fällt auf, daß die ML-Schätzer der dynamischen Gleichung für den bedingten Erwartungswert der Dauern denen der WACD(1,2) Spezifikation sehr ähnlich sind. Außerdem ist der geschätzte κ -Parameter der Burr-Verteilung nahezu identisch mit dem geschätzten Weibull- γ der WACD-Spezifikation. Am Maximum der Log-Likelihood-Funktion konvergiert der Schätzer für den Burr-Verteilungsparameter σ^2 gegen seine untere Grenze, die wir bei

0.0001 gesetzt haben, um numerische Instabilitäten zu vermeiden. Diese Ergebnisse implizieren, daß das Burr-ACD Modell gegen das WACD Modell konvergiert ist.

Um die grundlegende Annahme des ACD-Modells der Unabhängigkeit der Zufallsvariablen $\tilde{x}_i \psi_i^{-1}$ zu testen, werden die ML-Schätzwerte der dynamischen Spezifikation für den bedingten Erwartungswert der Inter-Handelsdauer zur Berechnung der Zeitreihe der standardisierten Inter-Handelsdauern, $\tilde{x}_i \hat{\psi}_i^{-1}$ verwendet. Die Ljung-Box(18)-Statistik für die Zeitreihe $\tilde{x}_i \hat{\psi}_i^{-1}$ beträgt für das Burr-ACD Modell 26.7 (Signifikanzniveau 8.5 %). Die White Noise-Annahme kann damit nicht verworfen werden. Dies gilt ebenso für das EACD-Modell. Um weitere Tests auf Fehlspezifikation durchzuführen, werden die theoretischen Momente der Zufallsvariablen $\tilde{x}_i \psi_i^{-1}$ im EACD-Modell bzw. $\tilde{x}_i \xi_i^{-1}$ im Burr-ACD-Modell gegen die empirischen Momente der Zeitreihen $\tilde{x}_i \hat{\psi}_i^{-1}$ bzw. $\tilde{x}_i \hat{\xi}_i^{-1}$ getestet. Für das EACD-Modell gilt $E[\tilde{x}_i \psi_i^{-1}] = \text{Var}[\tilde{x}_i \psi_i^{-1}] = 1$. Für das Burr-ACD Modell verwenden wir die ML-Schätzer für die Parameter σ^2 (0.0001) und κ (0.6498) und berechnen die Momente der Zufallsvariablen $\tilde{x}_i \xi_i^{-1}$ mit $E(\tilde{x}_i \xi_i^{-1}) = 1.367$ und $\text{Var}(\tilde{x}_i \xi_i^{-1}) = 3.892$. Im EACD-Modell ist das empirische Moment mit 0.9987 nahe bei 1. Für das Burr-ACD-Modell ist der entsprechende Wert von 1.3426 lediglich 1.8 % kleiner als das durch die Burr-Verteilungs-Annahme implizierte Moment. Das Varianz $\tilde{x}_i \hat{\psi}_i^{-1}$ ist jedoch 1.4039, dh. 40 % größer als die Varianz von $\tilde{x}_i \psi_i^{-1}$. Die Ergebnisse des Burr-ACD Modells sind deutlich besser: Die empirische Varianz der Zeitreihe $\tilde{x}_i \hat{\xi}_i^{-1}$ beträgt 3.84 und ist somit nur 0.2 % kleiner als das zweite Moment von $\tilde{x}_i \xi_i^{-1}$.

Schließlich verwenden wir in einem weiteren Modell-Test die lineare Differenzgleichung für ψ_i in Gleichung (4), um eine Prognose für den bedingten Erwartungswert der Inter-Handelsdauern durchführen zu können. Das langfristige Gleichgewicht dieser Differenzgleichung entspricht dem unbedingten Erwartungswert der Inter-Handelsdauer. Wegen der Art der gewählten Intra-Tages-Saisonbereinigung sollte dieser den Wert 1 annehmen. Abbildung 10 zeigt die Konvergenz der langfristigen Prognose des bedingten Erwartungswertes der Inter-Handelsdauer beginnend von einem niedrigen und hohen Startwert.

Abbildung 10: Langfristige Prognose der bedingten erwarteten Inter-Handelsdauer auf Basis des Burr-ACD(1,2)-Modells^a.

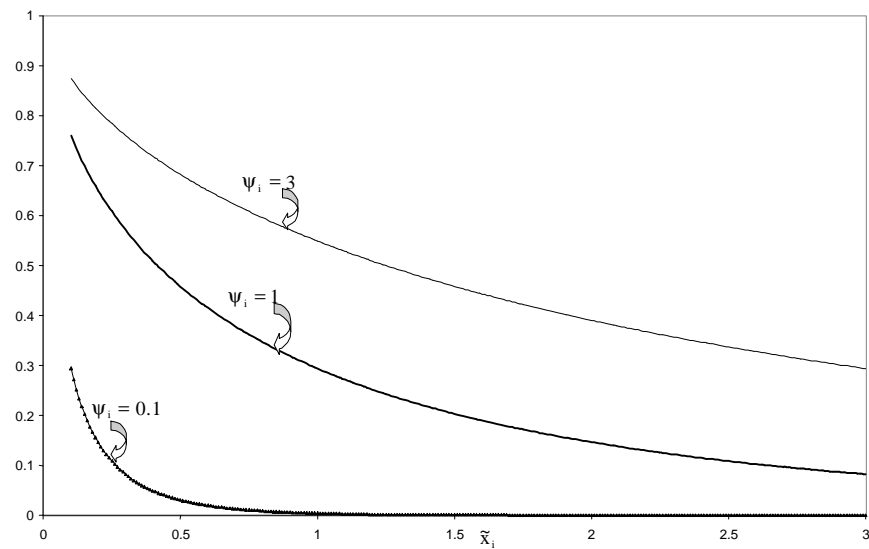


^a berechnet auf Basis der ML-Schätzer aus Tabelle 2

Das langfristige Gleichgewicht, berechnet mit den ML-Schätzern des Burr-ACD-Modells liegt mit 1.06 nahe bei 1 und kann als Bestätigung der korrekten Modellspezifikation aufgefaßt werden.

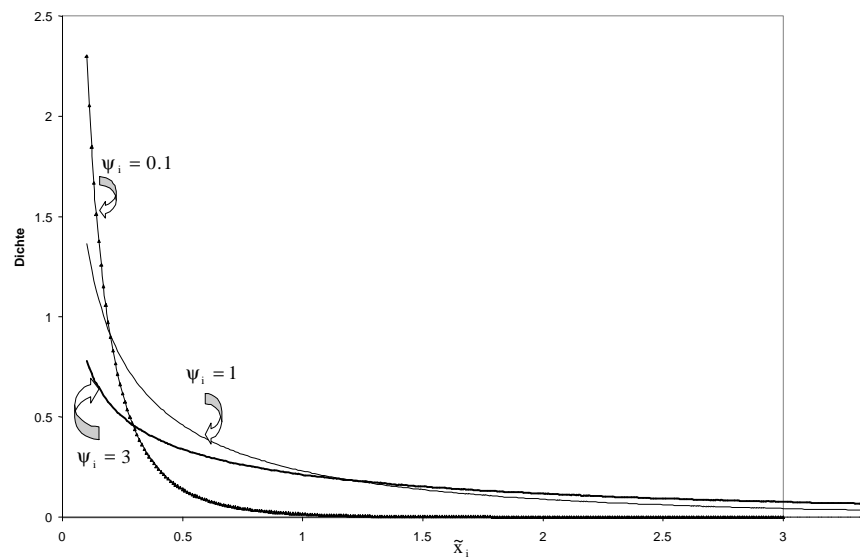
Zusammengefaßt kann festgestellt werden, daß der Burr-ACD-Ansatz durchaus geeignet ist, um die Dynamik der Transaktionsintensität der Telekom-Aktie während der ersten Wochen ihrer Markteinführung zu modellieren. Eine zweckmäßige Anwendung des Modells ist die Prognose der Überlebens- bzw. Dichtefunktion der Inter-Handelsdauern bei alternativen bedingten Erwartungswerten derselben. Dazu wird das Burr-ACD(1,2)-Modell bei unterschiedlichen bedingten Erwartungswerten $\psi_i = 0.1; 1; 3$ verwendet (siehe Abbildungen 11 und 12)

Abbildung 11: Überlebensfunktion saisonbereinigte Inter-Handelsdauern auf Basis des Burr(1,2)-ACD-Modells^a bei verschiedenen bedingten Erwartungswerten der Inter-Handelsdauer.



^a berechnet auf Basis der ML-Schätzer aus Tabelle 2

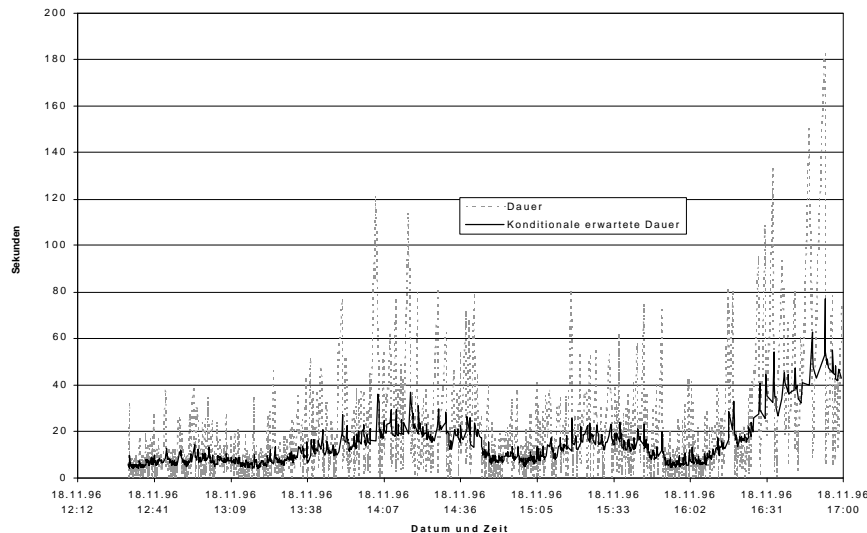
Abbildung 12: Bedingte Dichtefunktion der saisonbereinigten Inter-Handelsdauern auf Basis des Burr(1,2)-ACD Modells^a bei verschiedenen bedingten Erwartungswerten der Inter-Handelsdauer



^a berechnet auf Basis der ML-Schätzer aus Tabelle 2

In Abbildung 13 wurden die beobachteten Inter-Handelsdauern mit deren bedingten Erwartungswerten (also der Ein-Schritt-Prognose) miteinander verglichen. Es zeigt sich auch hier eine gute Anpassungsgüte des Burr-ACD-Modells.

Abbildung 13: Tatsächliche Inter-Handelsdauern und bedingte erwartete Inter-Handelsdauer (Ein-Schritt-Prognose) auf Basis des Burr-ACD(1,2)-Modells^a.



a Erster Tag (18.Nov. 1996) der Deutsche Telekom IPO.

b Bedingter Erwartungswert berechnet aus $\psi_i(I_{i-1}) \cdot \Phi(t_{i-1})$ unter Verwendung der ML-Schätzer aus Tabelle 2

6. ZUSAMMENFASSUNG

In dieser Studie wird eine neue Spezifikation in der Klasse der ACD (Autoregressive Conditional Duration) – Modelle zur Modellierung von Inter-Handelsdauern vorgestellt, die auf der Burr-Verteilung basiert (Burr-ACD-Modell). Dieser Ansatz hat den Vorteil, daß er im Vergleich zu den von Engle und Russell (1994, 1995) vorgeschlagenen Exponential-ACD- bzw. Weibull-ACD-Modellen eine größere Flexibilität besitzt, darüber hinaus jedoch die beiden Standard-Modelle als Spezialfälle enthält. Die verschiedenen ACD Modelle werden zur Modellierung der Transaktionsintensität während der IPO der Deutschen Telekom eingesetzt. Dabei erweist sich die Burr-ACD Spezifikation als geeignetes Instrument zur Modellierung von Inter-Handelsdauern. Darüber hinaus werden verschiedene Ansätze zur Berücksichtigung von Intra-Tages Saisonalitäten der Inter-Handelsdauer geprüft. Zur Berücksichtigung von institutionellen Einflüssen schlagen wir eine Gruppierung der Handelstage nach speziellen Ereignis-Tagen vor, womit Unterschieden in der Intra-Tages Saisonfigur und der Handelsintensität Rechnung getragen werden kann.

In zukünftigen Forschungsarbeiten beabsichtigen wir, die Leistungsfähigkeit des Burr-ACD Modells insbesondere in Tagen vor und nach wichtigen Ereignissen zu testen,

sowie weitere Alternativen zur Intra-Tages-Saisonbereinigung zu entwickeln und zu prüfen. Wir beabsichtigen zudem den Einsatz der Burr-ACD Modells im Rahmen des ACD-GARCH-Ansatzes, um ein simultanes Modell für Transaktionsintensität und Volatilität spezifizieren zu können.

Anhang
Tabelle A1: Exponential-, Weibull- und Burr-Verteilung: Überblick

| | exponentialverteilte Zufallsvariable T | weibullverteilte Zufallsvariable T | Burr-verteilte Zufallsvariable T |
|---------------------------|--|--|--|
| Dichtefunktion | $f(t) = \lambda \exp(-\lambda t)$ $t \geq 0, \lambda > 0$ | $f(t) = \frac{\gamma}{t} (\lambda t)^\gamma \exp(-(\lambda t)^\gamma)$ $\gamma, \lambda, t > 0$ | $f(t) = \frac{\mu \cdot \kappa \cdot t^{\kappa-1}}{(1 + \sigma^2 \cdot \mu \cdot t^\kappa)^{\eta+1}}$ $\eta = \sigma^{-2}, -\kappa < 1 < \kappa \sigma^{-2}, \sigma^2 > 0$ |
| Hazardrate | $h(t) = \lambda$ $t \geq 0, \lambda > 0$ | $h(t) = \lambda \gamma (\lambda t)^{\gamma-1}$ $\gamma, \lambda, t > 0$ | $h(t) = \frac{\mu \cdot \kappa \cdot t^{\kappa-1}}{1 + \sigma^2 \cdot \mu \cdot t^\kappa}$ $\eta = \sigma^{-2}, -\kappa < 1 < \kappa \sigma^{-2}, \sigma^2 > 0$ |
| Überlebensfunktion | $S(t) = \exp(-\lambda t)$ $t \geq 0, \lambda > 0$ | $S(t) = \exp(-(\lambda t)^\gamma)$ $\gamma, \lambda, t > 0$ | $S(t) = (1 + \sigma^2 \cdot \mu \cdot t^\kappa)^{-\eta}$ $\eta = \sigma^{-2}, -\kappa < 1 < \kappa \sigma^{-2}, \sigma^2 > 0$ |
| Erwartungswert | $E(T) = \frac{1}{\lambda}$ $\lambda > 0$ | $E(T) = \Gamma(1 + 1/\gamma) \frac{1}{\lambda}$ $\gamma, \lambda, t > 0$ | $E(T) = \mu^{-1/\kappa} \cdot \frac{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\kappa}\right) \cdot \Gamma\left(\eta - \frac{1}{\kappa}\right)}{\sigma^{2\left(1 + \frac{1}{\kappa}\right)} \cdot \Gamma(\eta + 1)}$ $\eta = \sigma^{-2}, -\kappa < 1 < \kappa \sigma^{-2}, \sigma^2 > 0$ |

Fortsetzung Tabelle A1: Exponential-, Weibull- und Burr-Verteilung: Überblick

| | exponentialverteilte Zufallsvariable T | weibullverteilte Zufallsvariable T | Burr-verteilte Zufallsvariable T |
|----------------|---|--|---|
| Varianz | $\text{Var}(t) = \frac{1}{\lambda^2}$ $\lambda > 0$ | $\text{Var}(T) = \frac{\Gamma(1 + 2/\gamma) - \Gamma(1 + 2/\gamma)^2}{\lambda^2}$ $\gamma, \lambda, t > 0$ | $\text{Var}(T) = \mu^{-2/\kappa} \cdot \frac{\Gamma\left(1 + \frac{2}{\kappa}\right) \cdot \Gamma\left(\eta - \frac{2}{\kappa}\right)}{\sigma^{2\left(1 + \frac{2}{\kappa}\right)} \cdot \Gamma(\eta + 1)}$ $- 2 \cdot E(T)^2$ $\eta = \sigma^{-2}, -\kappa < 1 < \kappa \sigma^{-2}, \sigma^2 > 0$ |

LITERATUR

- Amemiya, Takeshi (1985), *Advanced Econometrics*, Oxford: Basil Blackwell.
- Ariel, R. A. (1990), "High Stock Returns before Holidays: Existence and Evidence on Possible Causes", *The Journal of Finance*, Vol XLV, No. 5, 1611-1626.
- Buse, A. und L. Lim (1977), "Cubic Splines as a Special Case of Restricted Least Squares", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 72, No. 72, 64-68.
- Deutsche Börse AG (1995), "Integrated Stock Exchange Trading and Information System- IBIS", Frankfurt.
- Drost, Feike C. und Bas J.M. Werker (1996), "Closing the GARCH gap: Continuous time GARCH modeling", *Journal of Econometrics* 74 31-57.
- Drost, Feike C. und Theo E. Nijman (1993), "Temporal Aggregation of GARCH Processes", *Econometrica*, Vol. 61, No. 4 (July, 1993), 907-927.
- Engle, Robert F. (1996), "The Econometrics of Ultra-High Frequency Data", Discussion Paper 96-15, University of California, San Diego.
- Engle, Robert F. und Jeffrey R. Russell (1994), "Forecasting Transaction Rates: The Autoregressive Conditional Duration Model", Discussion Paper 94-27, University of California, San Diego.
- Engle, Robert F. und Jeffrey R. Russell (1995a), "Autoregressive Conditional Duration: A New Model for Irregularly Spaced Time Series Data", Discussion Paper 94-27R, University of California, San Diego.
- Engle, Robert F. und Jeffrey R. Russell (1995b), "Forecasting the Frequency of Changes in Quoted Foreign Exchange Prices with the Autoregressive Conditional Duration Model", Discussion Paper 95-33, University of California, San Diego.
- Engle, Robert F. und Jeffrey R. Russell (1997), "Forecasting the Frequency of Changes in Quoted Foreign Exchange Prices with the Autoregressive Conditional Duration Model", *Journal of Empirical Finance* 4 , 187-212.
- Ghysels, Eric und Joanna Jasiak (1998a), "GARCH for Irregularly Spaced Financial Data: The ACD-GARCH Model", Working Paper, CIRANO.

- Ghysels, Eric und Joanna Jasiak, (1998b), "Long Term Dependence in Trading", Working Paper, York University.
- Grammig, Joachim und Stefan Kokot (1998), "Intra-Day Seasonality and ACD models", Working Paper, Johann Wolfgang Goethe-University of Frankfurt.
- Grammig, Joachim und Kai-Oliver Maurer (1998), "Proposing an Encompassing ACD Specification: The Burr-ACD model", Working Paper, Johann Wolfgang Goethe-University of Frankfurt.
- Hafner, Christian (1996), "Estimating High Frequency Foreign Exchange Rate Volatility with Nonparametric ARCH Models, Working Paper SFB 373, Humboldt Universität zu Berlin.
- Keim, D. B. und R. F. Stambaugh, "A Further Investigation of the Weekend Effect in Stock Returns", Journal of Finance, Vol. 39, 819-834.
- Krämer, W. und R. Runde (1993), "Kalendereffekte auf Kapitalmärkten - Eine empirische Untersuchung für deutsche Aktien und den Dax", Bühler, H. Hax, H., Schmidt, R.: Empirische Kapitalmarktforschung. Zfbf Sonderheft 31.
- Lancaster, Tony (1990), The Econometric Analysis of Transition Data, Cambridge University Press.
- Lüdecke, Torsten (1996), "The Karlsruher Kapitalmarktdatenbank (KKMDB): The IBIS-Tape", Discussion Paper No. 190, Institut für Entscheidungstheorie und Unternehmensforschung Universität Karlsruhe.
- Maddala, G. S. (1983), Limited-Dependent and Qualitative Variables in Econometrics, New York: Cambridge University Press.
- Ophem, Hans van und Nicole Jonker (1996), "The Duration of Higher Education: a Dependent Competing Risks Model" Working Paper, University of Amsterdam.
- Ramanathan, R. (1993), Statistical Methods in Econometrics, Academic Press, San Diego.
- Spanos, Aris (1986), Statistical Foundations of Econometric Modelling, Cambridge University Press, Cambridge, England.
- White, Halbert (1983), "Corrigendum," Econometrica, 51 (March), 513.
- White, Halbert (1982), "Maximum Likelihood Estimation of Misspecified Models", Econometrica, 50 (January), Nr. 1, 1-25.

